



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών  
Τομέας Δομοστατικής  
Εργαστήριο Μεταλλικών Κατασκευών

### Μάθημα : Σιδηρές Κατασκευές ΙΙ

Διδάσκοντες : Ι. Βάγιας – Γ. Ιωαννίδης – Χ. Γαντές  
Ι. Μαλλής – Ξ. Λιγνός – Ι. Βασιλοπούλου – Α. Σπηλιόπουλος

Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά

4 Ιουνίου 2010

### Τελική εξέταση

Ισόγειο κτίριο, αξονικών διαστάσεων κάτοψης 9,0m x 18,00m και ύψους 6,50m έχει φέροντα οργανισμό από χάλυβα ποιότητας S235 αποτελούμενο από δύο τρίστηλα πλαίσια ΑΔ-ΒΕ-ΓΖ που απέχουν μεταξύ τους 9,00m, δοκούς οροφής τοποθετημένες ανά 2,00m, κεφαλοδοκούς (που συνδέουν τις κεφαλές των ακραίων υποστυλωμάτων) και κατακόρυφους διαγωνίους συνδέσμους δυσκαμψίας (Σχ. 1). Η οροφή του κτιρίου διαμορφώνεται από χαλυβδόφυλλο και πλάκα σκυροδέματος μέσου πάχους 10cm. Το κτίριο σχεδιάζεται ώστε να δέχεται στην οροφή του μόνιμα φορτία  $0,8 \text{ kN/m}^2$  συμπεριλαμβανομένων και των ιδίων βαρών των μεταλλικών στοιχείων, αλλά όχι του ιδίου βάρους της πλάκας σκυροδέματος, και ωφέλιμα φορτία  $5,0 \text{ kN/m}^2$ . Το ίδιο βάρος σκυροδέματος είναι ίσο με  $25 \text{ kN/m}^3$ . Το κτίριο βρίσκεται σε περιοχή σεισμικότητας ΙΙΙ ( $A=0,36g$ ). Σημειώνεται ότι οι κεφαλοδοκοί ΑΑ και ΓΓ λειτουργούν και ως ακραίες δοκοί έδρασης της πλάκας οροφής.

Ζητείται:

Για τους κατακόρυφους συνδέσμους δυσκαμψίας:

- Να προσδιοριστεί η σεισμική δύναμη που καταπονεί κάθε κατακόρυφο σύνδεσμο δυσκαμψίας. Οι συντελεστές σπουδαιότητας και θεμελίωσης να ληφθούν ίσοι προς τη μονάδα. Ο σεισμικός έλεγχος να γίνει με τη μεγαλύτερη επιτρεπόμενη τιμή για το συντελεστή συμπεριφοράς. Ο συντελεστής  $\psi_2$  για το ωφέλιμο φορτίο στο σεισμικό συνδυασμό δράσεων να ληφθεί ίσος προς 0,60. Το ποσοστό απόσβεσης να υπολογιστεί για μεταλλική κατασκευή με κοχλιωτές και συγκολλητές συνδέσεις.
- Για τον ίδιο συνδυασμό δράσεων να επιλεγεί η οικονομικότερη απαιτούμενη διατομή για τις διαγώνιες ράβδους των παραπάνω συνδέσμων (από τον Πίνακα 1). Οι διαγώνιες κάθε συνδέσμου θα συνδέονται μεταξύ τους στη θέση τομής τους.
- Να γίνει έλεγχος των κεφαλοδοκών ΑΑ και ΓΓ από διατομή HEB220 σε ΟΚΑ για το μη σεισμικό και για τον σεισμικό συνδυασμό δράσεων. Οι συνδέσεις στα άκρα των κεφαλοδοκών μορφώνονται ως αρθρώσεις.

Για την αποκατάσταση συνέχειας της δοκού ΑΒΓ:

Για την πλήρη αποκατάσταση συνέχειας της δοκού ΑΒΓ, από διατομή HEB340, στις θέσεις γ (Σχ. 1) θα χρησιμοποιηθούν κοχλίες κατηγορίας C και ποιότητας 10.9 (Σχ. 2). Οι κοχλίες θα τοποθετηθούν σε κανονικές οπές και οι επιφάνειες επαφής μπορεί να καταταγούν στην κατηγορία Α. Για την πλήρη αποκατάσταση να ληφθεί υπόψη η καμπτική αντοχή και το 15% της αντοχής σε τέμνουσα της πλήρους διατομής.

- Να ελεγχθεί η επάρκεια των κοχλιών πελμάτων M24 που τοποθετούνται όπως φαίνεται στο Σχήμα 2, καθώς επίσης η επάρκεια της διατομής των λεπίδων πελμάτων.
- Να ελεγχθεί η επάρκεια των κοχλιών κορμού M20 που τοποθετούνται όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Πίνακας 1: Γεωμετρικά και αδρανειακά χαρακτηριστικά κοίλων τετραγωνικών διατομών

**ΛΥΣΗ ΤΕΛΙΚΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ****1. ΦΟΡΤΙΑ ΣΤΟΥΣ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥΣ ΣΥΝΔΕΣΜΟΥΣ**

$$\text{Διορθωτικός συντελεστής απόσβεσης: } n = \sqrt{\frac{7}{2+\zeta}} = \sqrt{\frac{7}{2+3}} = 1,183$$

Συντελεστής συμπεριφοράς για δικτυωτούς διαγώνιους συνδέσμους χωρίς εκκεντρότητα:  $q=3,00$  (μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή)

Οριζόντια φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού:

$$\Phi_d(T) = \gamma_1 \cdot A \cdot \frac{n \cdot \theta \cdot \beta_0}{q} = 1,00 \times 0,36g \times \frac{1,183 \times 1,00 \times 2,50}{3,0} = 0,355g$$

Φορτίο πλάκας:  $0,10m \times 25,00kN/m^3 = 2,50kN/m^2$

Κατακόρυφα φορτία στέγης που συνδυάζονται με το σεισμό:

$$G + \psi_2 \cdot Q = (0,80 + 2,50) kN/m^2 + 0,60 \times 5,00 kN/m^2 = 6,3kN/m^2$$

Συνολικό κατακόρυφο φορτίο:  $6,30kN/m^2 \times 9,00m \times 18,00m = 1020,60kN$

Σεισμική δύναμη:  $Q_E = M \times \Phi_d(T) = 1020,60kN/g \times 0,355g = 362,31kN$

Δύναμη σε κάθε κατακόρυφο σύνδεσμο:  $E = Q_E/2 = 362,31kN/2 = 181,16kN$

**2. ΕΠΙΛΟΓΗ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΔΙΑΓΩΝΙΟΥ**

$$\tan \varphi = \frac{6,50}{9,00} = 0,722 \Rightarrow \varphi = 35,84^\circ$$

$$N_{Ed} = \frac{181,16kN}{\cos 35,84^\circ} = 223,47kN$$

Θα πρέπει να ισχύει:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M2}} \geq N_{Ed} \Rightarrow A \geq \frac{223,47kN \cdot 1,00}{23,5kN/cm^2} = 9,51m^2$$

και επίσης:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{\pi^2 \cdot E \cdot I}} \cdot \ell^2 \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{\ell}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{A}{I}} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{\ell}{\pi \cdot i} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \leq 1,50 \Rightarrow$$

$$i \geq \frac{\ell}{1,5 \times \pi} \times \sqrt{\frac{f_y}{E}} \Rightarrow i \geq \frac{555cm}{1,5 \times 3,14} \times \sqrt{\frac{23,5kN/m^2}{21000kN/m^2}} = 3,94cm$$

όπου το μήκος λυγισμού είναι το μισό μήκος της διαγωνίου:  $\ell = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(9,0m)^2 + (6,5m)^2} = 5,55m = 555cm$

Επιλέγεται κοίλη τετραγωνική διατομή 120/120/5 με  $A=22,73cm^2$  και  $i=4,68cm$

Αντοχή διαρροής της διατομής της διαγωνίου:

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{22,73cm^2 \times 23,5kN/cm^2}{1,00} = 534,16kN > N_{Ed} = 223,47kN$$

**3. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΕΦΑΛΟΔΟΚΟΥ ΣΕ ΟΚΑ****Μη σεισμικός συνδυασμός**

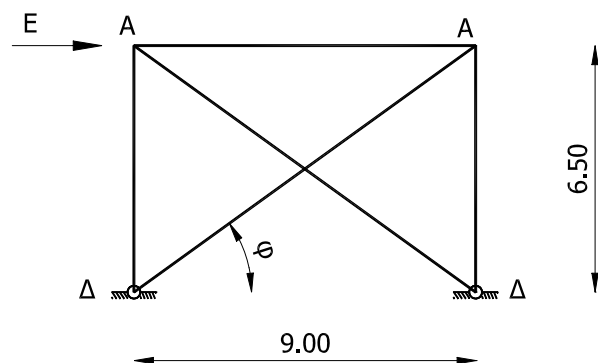
Η κεφαλοδοκός είναι πλευρικά εξασφαλισμένη, λόγω της πλάκας σκυροδέματος.

Κατακόρυφα φορτία:  $(1,35 \times (0,80 + 2,50) + 1,50 \times 5,00) \times 1,00 = 11,96kN/m$

Τέμνουσα δύναμη:  $V_{Ed} = 11,96kN/m \times 9,00m/2 = 53,82kN$

$$\text{Ροπή σχεδιασμού: } M_{Ed} = 11,96kN/m \times \frac{(9,00m)^2}{8} = 121,10kNm = 12110kNcm$$

Η αντοχή σε διάτμηση είναι:



$$V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 27,92 \text{ cm}^2 \times \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 378,81 \text{ kN} > V_{Ed} = 53,82 \text{ kN} \text{ (επαρκεί)}$$

Δεν απαιτείται απομείωση της αντοχής σε κάμψη λόγω τέμνουσας, εφόσον τα δύο εντατικά μεγέθη δεν συνυπάρχουν με την μέγιστη τιμή τους στην ίδια διατομή.

Η ροπή αντοχής σε κάμψη είναι:

$$M_{b,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 827 \text{ cm}^3 \times \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{1,0} = 19434,50 \text{ kNcm} > M_{Ed} = 12110 \text{ kNcm} \text{ (επαρκεί)}$$

### Σεισμικός συνδυασμός

Κατακόρυφα φορτία:  $((0,80+2,50)+0,60 \times 5,00) \times 1,00 = 6,30 \text{ kN/m}$

Ροπή σχεδιασμού:  $M_{Ed} = 6,30 \text{ kN/m} \times \frac{(9,00 \text{ m})^2}{8} = 63,79 \text{ kNm} = 6379 \text{ kNcm}$

Συντελεστής ικανοτικής μεγέθυνσης:

$$a_{CD} = \frac{(1,20 \cdot N_{Pdi} - N_{vdi})}{N_{Edi}} \leq q \Rightarrow a_{CD} = \frac{(1,20 \times 534,16 \text{ kN} - 0)}{223,47 \text{ kN}} = 2,87 < q = 3,00 \Rightarrow a_{CD} = 2,87$$

Επομένως η κεφαλοδοκός υπόκειται σε αξονικό φορτίο ίσο με:

$$N_{Ed} = a_{CD} \cdot E = 2,87 \cdot 181,16 \text{ kN} = 519,93 \text{ kN}$$

### Έλεγχος μέλους σε θλίψη και κάμψη:

Ο λυγισμός περί τον ασθενή άξονα δεν είναι δυνατός επειδή η πλάκα από σκυρόδεμα παρέχει πλευρική προστασία στη δοκό. Επομένως  $\chi_{LT} = \chi_z = 1,00$

Ανηγμένη λυγηρότητα:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_y}{i_y \times \lambda_1} = \frac{900 \text{ cm}}{9,43 \text{ cm} \times 93,91} = 1,02$$

Για καμπύλη λυγισμού  $b$ ,  $\chi_y = 0,59$

Σύμφωνα με τη δεύτερη μέθοδο ισχύει:

Για παραβολικό διάγραμμα ροπών  $a_h=0, \psi=0$ ,  $c_{my}=0,95$

$$\bar{\lambda}_y - 0,2 = 1,02 - 0,20 = 0,82 > 0,80$$

$$k_{yy} = C_{my} \left( 1 + 0,80 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right) = 0,95 \left( 1 + 0,80 \frac{519,93 \text{ kN}}{0,59 \cdot 2138,50 \text{ kN}} \right) = 1,26$$

Έλεγχος για τον σεισμικό συνδυασμό:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{y,Rk} / \gamma_{M1}} = \frac{519,93 \text{ kN}}{0,59 \times 2138,50 \text{ kN}} + 1,26 \frac{6379 \text{ kNcm}}{1,00 \times 19434,50 \text{ kNcm}} = 0,41 + 0,42 = 0,83 < 1,00 \text{ (επαρκεί)}$$

Ο δεύτερος έλεγχος για λυγισμό περί τον ασθενή άξονα είναι πολύ ευμενέστερος λόγω της πλευρικής εξασφάλισης της πλάκας σκυροδέματος.

## 4. ΚΟΧΛΙΕΣ ΠΕΛΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Καμπτική αντοχή δοκού:  $M_{pl,Rd} = 2408 \text{ cm}^3 \times 23,5 \text{ kN/cm}^2 / 1,00 = 56588 \text{ kNcm}$

Η σύνδεση θα διαστασιολογηθεί για κατανομή της ροπής σε πέλματα και κορμό:

$$W_{pl,w} = \frac{t_w (h - 2t_f)^2}{4} = \frac{1,2 \text{ cm} (34 \text{ cm} - 2 \times 2,15 \text{ cm})^2}{4} = 264,63 \text{ cm}^3$$

$$W_{pl,f} = W_{pl} - W_{pl,w} = 2408 \text{ cm}^3 - 264,63 \text{ cm}^3 = 2143,37 \text{ cm}^3$$

$$M_{Ed,w} = \frac{W_{pl,w}}{W_{pl}} M_{Ed} = \frac{264,63 \text{ cm}^3}{2408 \text{ cm}^3} \times 56588 \text{ kNcm} = 6218,81 \text{ kNcm}$$

$$M_{Ed,f} = \frac{W_{pl,f}}{W_{pl}} M_{Ed} = \frac{2143,37 \text{ cm}^3}{2408 \text{ cm}^3} \times 56588 \text{ kNcm} = 50369,20 \text{ kNcm}$$

Η ροπή  $M_{Ed,f}$  που κατανέμεται στα πέλματα αναλύεται σε ζεύγος δυνάμεων.

$$N_{f,Ed} = \frac{M_{Ed,f}}{h+t} = \frac{50369,20 \text{ kNcm}}{34 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm}} = 1379,98 \text{ kN}$$

Η δύναμη προέντασης του κοχλίου των πελμάτων M24 ποιότητας 10.9 θα είναι:

$$F_{p,C,f} = 0,7 f_{ub} A_s = 0,7 \times 100 \text{ kN/cm}^2 \times 3,53 \text{ cm}^2 = 247,10 \text{ kN}$$

Θα πρέπει να ισχύει:

$$14 \times F_{s,Rd,f} \geq F_{v,Ed,f} = N_{Ed,f} \Rightarrow \\ \Rightarrow 14 \times \frac{k_s n \mu}{\gamma_{M3}} \times F_{p,C,f} = 14 \times \frac{1,00 \times 1 \times 0,5}{1,10} \times 247,10 = 1572,45 \text{ kN} \geq 1379,98 \text{ kN}$$

Έλεγχος σε σύνθλιψη άντυγας:

$$a = \min \left\{ \frac{e_1}{3d_o}; \frac{p_1}{3d_o} - \frac{1}{4}; \frac{f_{ub}}{f_u}; 1 \right\} = \min \left\{ \frac{50 \text{ mm}}{3 \times 26 \text{ mm}}; \frac{80 \text{ mm}}{3 \times 26 \text{ mm}} - \frac{1}{4}; \frac{100 \text{ kN/cm}^2}{36 \text{ kN/cm}^2}; 1 \right\} = \{0,64; 0,78; 2,77; 1\} = 0,64$$

$$k_1 = \min \left\{ 2,8 \frac{e_2}{d_o} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \left\{ 2,8 \frac{55 \text{ mm}}{26 \text{ mm}} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \{4,22; 2,5\} = 2,50$$

$$F_{b,Rd} = n \frac{k_1 a f_u d_{t \min}}{\gamma_{M2}} = 14 \times \frac{2,50 \times 0,64 \times 36 \text{ kN/cm}^2 \times 2,4 \text{ cm} \times 2,15 \text{ cm}}{1,25} = 3328,82 \text{ kN} > 1379,98 \text{ kN} = N_{Ed,f}$$

Επομένως οι 14 κοχλίες M24 κατηγορίας C και ποιότητας 10.9 επαρκούν για τη σύνδεση στα πέλματα.

#### Έλεγχος ελάσματος σύνδεσης πελμάτων

Εφόσον θα χρησιμοποιηθούν κοχλίες M24, η απομειωμένη διατομή της λεπίδας θα είναι:

$$A_{net} = A - n d_o t = 30 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm} - 2 \times 2,60 \text{ cm} \times 2,5 \text{ cm} = 62 \text{ cm}^2$$

Θα πρέπει η πλαστική αντοχή της απομειωμένης διατομής της λεπίδας να είναι μεγαλύτερη ή ίση με τη δύναμη που παραλαμβάνουν τα πέλματα. Επομένως, θα πρέπει να ισχύει:

$$N_{t,Rd} = N_{net,Rd} = \frac{A_{net} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{62 \times 23,5}{1,0} = 1457 \text{ kN} \geq N_{f,Ed} = 1379,98 \text{ kN}$$

### 5. ΚΟΧΛΙΕΣ ΚΟΡΜΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑΣ

Αντοχή σε τέμνουσα:

$$V_{pl,Rd} = A_v \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 56,09 \text{ cm}^2 \times \frac{23,5 \text{ kN/cm}^2}{\sqrt{3} \cdot 1,00} = 761,01 \text{ kN}$$

Η σύνδεση θα διαστασιολογηθεί για τέμνουσα δύναμη  $V = 0,15 V_{pl,Rd} = 114,15 \text{ kN}$

ενώ η καμπτική ροπή σχεδιασμού θα είναι:  $M_{pl,Rd} = 6218,81 \text{ kNcm} + 114,15 \text{ kN} \times 13,5 \text{ cm} = 7759,84 \text{ kNcm}$

Η πολική ροπή αδράνειας της κοχλίωσης ως προς το Κ.Β. της κοχλίωσης είναι:

$$I_p = \sum_i (x_i^2 + y_i^2) = 6 \times (8,0 \text{ cm})^2 + 6 \times (8,0 \text{ cm})^2 = 768 \text{ cm}^4$$

Ο έλεγχος γίνεται με τη διατμητική δύναμη στον πλέον απομακρυσμένο κοχλία.

$$F_{V,Ed,x} = \frac{M_{Ed,w}}{I_p} y_1 = \frac{7759,84 \text{ kNcm}}{768 \text{ cm}^4} \times 8,0 \text{ cm} = 80,83 \text{ kN}$$

$$F_{V,Ed,y} = \frac{M_{Ed,w}}{I_p} x_1 + \frac{V_{Ed}}{n} = \frac{7759,84 \text{ kNcm}}{768 \text{ cm}^4} \times 8,0 \text{ cm} + \frac{114,15 \text{ kN}}{9} = 93,51 \text{ kN}$$

$$F_{V,Ed} = \sqrt{(F_{V,Ed,x})^2 + (F_{V,Ed,y})^2} = \sqrt{(80,83 \text{ kN})^2 + (93,51 \text{ kN})^2} = 123,60 \text{ kN}$$

Η δύναμη προέντασης του κοχλίου M20 ποιότητας 10.9, θα είναι:

$$F_{p,C,f} = 0,7 f_{ub} A_s = 0,7 \times 100 \text{ kN/cm}^2 \times 2,45 \text{ cm}^2 = 171,5 \text{ kN}$$

Για τον πιο απομακρυσμένο κοχλία θα πρέπει να ισχύει:

$$F_{s,Rd} \geq F_{v,Ed} \Rightarrow \Rightarrow \frac{k_s \eta \mu}{\gamma_{M3}} \times F_{p,C,f} = \frac{1,00 \times 2 \times 0,5}{1,10} \times 171,50 = 155,91 \text{ kN} \geq 123,60 \text{ kN}$$

**Έλεγχος σε σύνθλιψη άντυγος των οπών**κατά x-x

$$\alpha = \min \left\{ \frac{50 \text{ mm}}{3 \times 22 \text{ mm}}; \frac{80 \text{ mm}}{3 \times 22 \text{ mm}} - \frac{1}{4}; \frac{100 \text{ kN/cm}^2}{36 \text{ kN/cm}^2}; 1 \right\} = \{0,76; 0,96; 2,77; 1,00\} = 0,76$$

$$k_1 = \min \left\{ 2,8 \frac{40 \text{ mm}}{22 \text{ mm}} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \{3,39; 2,5\} = 2,50$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,50 \times 0,76 \times 36 \text{ kN/cm}^2 \times 2,0 \text{ cm} \times 1,20 \text{ cm}}{1,25} = 131,33 \text{ kN} > 80,83 \text{ kN} = F_{v,Ed,x}$$

κατά y-y

$$\alpha = \min \left\{ \frac{40 \text{ mm}}{3 \times 22 \text{ mm}}; \frac{80 \text{ mm}}{3 \times 22 \text{ mm}} - \frac{1}{4}; \frac{100 \text{ kN/cm}^2}{36 \text{ kN/cm}^2}; 1 \right\} = \{0,61; 0,96; 2,77; 1,00\} = 0,61$$

$$k_1 = \min \left\{ 2,8 \frac{50 \text{ mm}}{22 \text{ mm}} - 1,7; 2,5 \right\} = \min \{4,66; 2,5\} = 2,50$$

$$F_{b,Rd} = \frac{2,50 \times 0,76 \times 36 \text{ kN/cm}^2 \times 2,0 \text{ cm} \times 1,20 \text{ cm}}{1,25} = 105,41 \text{ kN} > 93,51 \text{ kN} = F_{v,Ed,y}$$

Επομένως οι 9 κοχλίες M20 κατηγορίας C και ποιότητας 10.9 επαρκούν για τη σύνδεση στον κορμό.